DOI 10.33111/vz_kneu.36.24.03.09.061.067
УДК 519.86 +330.46

Коляда Юрій
доктор економічних наук, доцент, професор кафедри математичного моделювання та статистики,
Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана,
03057, проспект Берестейський, 54/1, Київ, Україна
e-mail: koliada_yuri@kneu.edu.ua
ORCID ID: 0000-0003-3474-8706

Семашко Катерина
кандидат економічних наук, доцент кафедри математичного моделювання та статистики,
Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана,
03057, проспект Берестейський, 54/1, Київ, Україна
e-mail: kateryna.semashko@kneu.edu.ua
ORCID ID: 0009-0007-4946-3179

Шатарська Інна
старший викладач кафедри математичного моделювання та статистики,
Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана,
03057, проспект Берестейський, 54/1, Київ, Україна
e-mail: shatarska_inna@kneu.edu.ua
ORCID ID:0000-0001-7070-9718

МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ НАДВАЖЛИВИХ СКЛАДОВИХ АГРАРНОГО ВИРОБНИЦТВА

Yurii Koliada
Doctor of Economics, Associate Professor, Professor of the Department of Mathematical Modeling and Statistics,
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman,
03057, Ukraine, Kyiv, Beresteysky Avenue 54/1
e-mail: koliada_yuri@kneu.edu.ua
ORCID ID: 0000-0003-3474-8706

Kateryna Semashko
PhD in Economics, Associate Professor of the Department of Mathematical Modeling and Statistics
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman
03057, Ukraine, Kyiv, Beresteysky Avenue 54/1
e-mail: kateryna.semashko@kneu.edu.ua
ORCID ID: 0009-0007-4946-3179

Inna Shatarska
senior lecturer of the Department of Mathematical Modeling and Statistics
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman
03057, Ukraine, Kyiv, Beresteysky Avenue 54/1
e-mail: shatarska_inna@kneu.edu.ua
ORCID ID: 0000-0001-7070-9718

MODELING OF THE INTERACTION OF STRESSFUL COMPONENTS AGRICULTURAL PRODUCTION

Анотація. Між рослинництвом і тваринництвом, надважливими складовими аграрного виробництва в Україні, існує цілком природний, органічний взаємозв'язок нелінійного характеру. Своєчасне й доцільне забезпечення функціонування цих підсис-

тем сприяє стійкому зростанню, тобто з мінімальним ризиком, сільського господарства держави. Такий підхід потребує покращення в сенсі цифровізації економіки — в контексті застосування комп'ютерного моделювання нелінійних процесів взаємовпливу зазначених складових.
У статті розроблено сучасну методику комп'ютерного моделювання економічного об'єкту господарювання — глибоке дослідження нелінійної динамічної моделі класу Вольтерра-Лотки з прикметною наявністю компоненти, що характеризує підвищення доходності тваринництва за рахунок постачання корму. Модель враховує різні фактори впливу, дозволяючи оцінити ефективність взаємодії рослинництва і тваринництва на різних етапах розвитку аграрного виробництва. Проведено вивчення поведінки динамічної моделі в околі точки левериджу — аналіз змодельованих трендових залежностей і статистичних складових: в околі рівноважної точки мають місце коливні рухи з певним визначеним періодом, а розв'язки математичної моделі, тобто інтегральні криві, з плином часу відображають сезонний характер взаємодії рослинництва й тваринництва.
Вивчено поведінку віртуальних сценаріїв — інтегральних кривих і фазових портретів на підґрунті математичної моделі нелінійної взаємодії складових аграрного виробництва, показано розташування рівноважної точки, екстремальних точок min і max для відповідних кривих у специфічній системі координат. Вказано перехід до безрозмірної динамічної моделі та економічну інтерпретацію її розв'язку в неявному вигляді. Окрім цього, було проаналізовано вплив зовнішніх економічних чинників на стійкість системи, що дозволяє краще передбачити можливі ризики та підготувати відповідні стратегії для їх мінімізації.
В процесі дослідження нелінійної динамічної моделі об'єкту господарювання вперше здійснено наближене оцінювання числової міри економічного ризику еволюції взаємовпливу і взаємодії аграрних підсистем із плином часу. Отримані результати можуть бути використані для покращення стратегій управління в аграрному секторі, зокрема, для підвищення стійкості виробничих процесів і зниження економічних ризиків в умовах нестабільності ринку та змін клімату. Це дослідження надає нові можливості для ефективного планування та впровадження інновацій в аграрному секторі України.

Ключові слова: прикладне моделювання, цифровізація економіки, комп'ютерне моделювання, нелінійна динамічна модель, математична модель, точка левериджу,віртуальні сценарії, інтегральні криві, фазові портрети, тренд економічного розвитку, числова міра ризику економічної еволюції.

Abstract. There is a completely natural, organic nonlinear relationship between crop production and animal husbandry, which are crucial components of agricultural production in Ukraine. Timely and appropriate management of these subsystems contributes to the stable growth of the country's agriculture with minimal risk. This approach requires improvements in terms of the digitalization of the economy, particularly in the context of applying computer modeling to the nonlinear processes of interaction between these components.
The article develops a modern methodology for computer modeling of an economic management object—a thorough study of a nonlinear dynamic model of the Volterra-Lotka class, featuring a component that characterizes the increase in livestock profitability due to feed supply. The model takes into account various influencing factors, allowing for the assessment of the efficiency of the interaction between crop production and animal husbandry at different stages of agricultural production. The study examines the behavior of the dynamic model in the vicinity of the leverage point, analyzing the modeled trend dependencies and statistical components: in the vicinity of the equilibrium point, there are oscillatory movements with a certain defined period, and the solutions of the mathematical model, i.e., integral curves, over time reflect the seasonal nature of the interaction between crop production and animal husbandry.
The behavior of virtual scenarios—integral curves and phase portraits based on the mathematical model of nonlinear interaction of agricultural production components—was

studied, showing the location of the equilibrium point, extreme points, and other critical points for the respective curves in a specific coordinate system. A transition to a dimensionless dynamic model and an economic interpretation of its implicit solution were indicated. Additionally, the impact of external economic factors on the stability of the system was analyzed, allowing for better forecasting of potential risks and the preparation of appropriate strategies to minimize them.
For the first time, an approximate numerical estimate of the economic risk measure of the evolution of the interaction and interplay of agricultural subsystems over time was carried out in the study of the nonlinear dynamic model of the economic management object. The obtained results can be used to improve management strategies in the agricultural sector, particularly to enhance the stability of production processes and reduce economic risks in the context of market instability and climate change. This research provides new opportunities for effective planning and the implementation of innovations in Ukraine's agricultural sector.

***Key words*:** applied modeling, digitalization of the economy, computer modeling, nonlinear dynamic model, mathematical model, leverage point, virtual scenarios, integral curves, phase portraits, trend of economic development, numerical measure of risk of economic evolution.

JEL codes: C6, C61, Q13

Постановка проблеми. За останніми статистичними даними аграрний сектор України надає біля 40 % валютних надходжень держави. Експортується, головним чином, різноманітне зерно й продукція молочного походження. В той же час між рослинництвом і тваринництвом, надважливими складовими аграрного виробництва, існує цілком природний, органічний взаємозв'язок — певною мірою спостерігається взаємодія сезонного (коливного) характеру.

Дієве (своєчасне, доцільне, в повному обсязі) забезпечення функціонування підсистем рослинництва й тваринництва сприяє стійкому зростанню, тобто з мінімальним ризиком, сільського господарства держави. Такий, віками складений, підхід достатньо перевірений практикою землегосподарства, але він потребує покращення в сенсі цифровізації економіки — в контексті застосування комп'ютерного моделювання нелінійних процесів взаємовпливу зазначених підсистем.

Аграрний сектор України є ключовим джерелом валютних надходжень, забезпечуючи приблизно 40 % від загального обсягу. Основними експортними продуктами є зернові культури та молочна продукція, що підкреслює значимість двох основних підсистем аграрного виробництва — рослинництва і тваринництва. Між цими підсистемами існує органічний взаємозв'язок, який характеризується сезонними коливаннями і взаємодією.

Попри те, що цей традиційний підхід до агровиробництва ефективно забезпечував стійке зростання сільського господарства протягом тривалого часу, сучасні виклики вимагають його вдосконалення. Зокрема, необхідно враховувати новітні тенденції цифровізації економіки, які можуть суттєво покращити процеси взаємодії між рослинництвом і тваринництвом. Використання комп'ютерного моделювання для аналізу та управління нелінійними процесами у взаємозв'язку підсистем може сприяти ефективнішому функціонуванню аграрного сектору, знижуючи ризики і підвищуючи загальну продуктивність.

Таким чином, основною проблемою є необхідність інтеграції інноваційних технологій для оптимізації традиційних аграрних практик, що забезпечить по-

дальше стійке зростання і конкурентоспроможність українського сільського господарства на світовому ринку.

Постановка завдання – здійснимо глибоке дослідження нелінійної динамічної моделі (1) щодо впливу компоненти $e \cdot x_1$ (підвищення доходності тваринництва за рахунок постачання корму) на результат математичного моделювання.

Аналіз досліджень і публікацій. Проведемо аналіз сучасних публікацій, які розглядають питання цифровізації в аграрному секторі України, а також використання комп'ютерного моделювання та прецизійного землеробства:

«Digital Technologies in the Grain Sector of Ukraine» (FAO, 2022) [1] — у цій публікації досліджено рівень впровадження цифрових технологій у зерновому секторі України. Вона оцінює бар'єри та можливості для подальшого впровадження таких технологій, а також пропонує рекомендації для зацікавлених сторін щодо розвитку цього напрямку.

«Tendencies of Precision Agriculture in Ukraine: Disruptive Smart Farming Tools as Cooperation Drivers» (MDPI, 2022) [2] — стаття розглядає тенденції в застосуванні технологій прецизійного землеробства в Україні, зокрема в кооперативах, які сприяють місцевому розвитку. Аналізуються нові інструменти смарт-фермерства та їхній вплив на економіку сільських територій.

«An Assessment of Challenges of Digitalization of Agrarian Sector in Ukraine» (Springer) [3] — це дослідження акцентує увагу на досягненнях і викликах, з якими стикається аграрний сектор України в процесі цифровізації. У статті розглядаються основні проблеми, пов'язані з впровадженням цифрових технологій, і пропонуються шляхи їхнього вирішення.

Ці публікації допоможуть глибше зрозуміти поточний стан і перспективи цифровізації в аграрному секторі України.

У праці [4] вказана математична модель (ММ) взаємодії рослинництва й тваринництва, як підсистем аграрного виробництва, такого виду:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = -a \cdot x_1 + b \cdot x_1 \cdot x_2, \\ \dot{x_2} = c \cdot x_2 + e \cdot x_1 - f \cdot x_1 \cdot x_2, \end{cases} \quad (1)$$

де відповідно:

- ✓ змінна x_1 — описує прибуток діяльності рослинництва,
- ✓ $\dot{x_1}$ — похідна, яка характеризує швидкість змінюваності цієї складової агросектору,
- ✓ змінна x_2 — описує прибуток діяльності тваринництва,
- ✓ $\dot{x_2}$- похідна, яка характеризує швидкість змінюваності цього чинника,
- ✓ доданок $(-a \cdot x_1)$ першого рівняння ММ відображає виснаженість ґрунту зі сталим коефіцієнтом *a,*
- ✓ доданок $(b \cdot x_1 \cdot x_2)$відображає вплив внесення органічних добрив,
- ✓ доданок $(c \cdot x_2)$ другого рівняння ММ виражає ступінь саморозвитку тваринницької складової агросектору,
- ✓ доданок $(e \cdot x_1)$ характеризує підвищення доходності цього фактору за рахунок постачання корму,
- ✓ доданок $(f \cdot x_1 \cdot x_2)$ вказує на частку тваринництва у вигляді органічних добрив для зернової складової агровиробництва,
- ✓ коефіцієнти *a, b, c, e, f* ММ (1) є додатними скалярами.

Деталізована методика дослідження. Система динамічних рівнянь (1) відноситься до класу моделей Вольтерри — Лотки [5], для якої мають місце певні початкові умови, з прикметною наявністю доданку $(e \cdot x_1)$.

Традиційно спочатку знаходяться точки левериджу [5] з умови $\dot{x_1} = \dot{x_2} =$ 0,3 першого рівняння ММ (1) маємо: $x_2 = {}^{a}/_{b}$; оскільки $x_1(b \cdot x_2 - a) = 0$, то друге рівняння системи набуває вигляду

$$c \cdot \frac{a}{b} + e \cdot x_1 - f \cdot x_1 \cdot \frac{a}{b} = 0,$$

звідки маємо $x_1 = \frac{a \cdot c}{f \cdot a - b \cdot e}$, причому $f \cdot a > b \cdot e$. Тривіальний розв'язок $x_1 = x_2 = 0$, зрозуміло, не розглядається.

Метою статті є розробка та аналіз динамічних нелінійних моделей, що описують взаємодію між основними складовими аграрного виробництва, такими як рослинництво та тваринництво. Ці моделі покликані виявити оптимальні стратегії для підвищення ефективності виробництва, забезпечення стійкого розвитку та мінімізації ризиків в аграрному секторі, зокрема в умовах цифровізації економіки.

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Математичне дослідження трендів економічного розвитку

Розглянемо поведінку розв'язків ММ (1) в околі точки левериджу — точки взаємовигідних партнерських відносин між рослинництвом і тваринництвом (так званий лінійний аналіз), для чого використаємо заміну змінних:

$$u = x_1 - \frac{c \cdot a}{f \cdot a - b \cdot e}; \; v = x_2 - a/b.$$

Оскільки похідні $\dot{u} = \dot{x_1}, \dot{v} = \dot{x_2}$, то ця підстановка дозволяє записати перше рівняння динамічної моделі (1) в координатах u та vтаким чином:

$$\dot{u} = \frac{b \cdot c \cdot a}{f \cdot a - b \cdot e} \cdot v \,, \qquad (*)$$

знехтувавши нелінійністю добутку $(b \cdot u \cdot v)$.

Аналогічні дії щодо другого рівняння ММ (1) призводять до такого диференціального рівняння

$$\dot{v} = c \cdot v + e \cdot u - \frac{f \cdot c \cdot a}{f \cdot a - b \cdot e} \cdot v - \frac{f \cdot a}{b} \cdot u,$$

оскільки сума сталих величин

$$c \cdot \frac{a}{b} + e \cdot \frac{a \cdot c}{f \cdot a - b \cdot e} - f \cdot \frac{a \cdot c}{(f \cdot a - b \cdot e)} \cdot \frac{a}{b} = 0.$$

Диференціюючи вираз (*), отримуємо диференціальне рівняння другого порядку:

$$\ddot{u} = \frac{b \cdot a \cdot c}{f \cdot a - b \cdot e} \cdot \dot{v}.$$

Використовуючи попередній вираз $\dot{v}$ і нехтуючи нелінійністю членів, маємо після алгебраїчних перетворень:

$$\ddot{u} \approx c \cdot a \cdot u - \frac{b^2 \cdot c^2 \cdot a \cdot e}{(f \cdot a - b \cdot e)^2} \cdot v.$$

Зауваження 1. Для $e = 0$ (відсутності постачання корму*)* має місце класичний варіант лінійного аналізу ортодоксальної динамічної моделі Вольтерри — Лотки.

У нашому випадку з'являється доданок $(-\frac{b^2 \cdot c^2 \cdot a \cdot e}{(f \cdot a - b \cdot e)^2} \cdot v)$.

Крім того, вираз похідної $\dot{v}$ можна переписати таким чином:

$$\dot{v} + \frac{b \cdot c \cdot e}{f \cdot a - b \cdot e} \cdot v = \frac{b \cdot e - f \cdot a}{b} \cdot u,$$

що відповідає лінійному неоднорідному диференціальному рівнянню 1-го порядку, для якого існує аналітичний розв'язок, що можна записати таким чином:

$$v(\tau) = exp(C_1 \tau) \cdot (\frac{c \cdot e}{C_1} \int ex\, p(-C_1 \tau)\, u(\tau) \cdot d\tau),$$

де сталими інтегрування є нуль і величина $C_1 = \frac{b \cdot c \cdot e}{f \cdot a - b \cdot e}$. Інтегруванням за частинами знаходимо: $v = \frac{b \cdot e - f \cdot a}{b} \cdot u$.

І після нескладних перетворень отримуємо стандартне (для курсу вищої математики ВНЗ) диференціальне рівняння 2-го порядку

$$\ddot{u} + (c \cdot a + e) \cdot u = 0,$$

розв'язок якого записується

$$u = A \cdot \sin\left(\sqrt{c \cdot a + e}\right) t,$$

де *A* є сталою величиною, яка виражається через коефіцієнти динамічної моделі (1). Зауважимо, що для $e = 0$ матимемо відомий результат [5].

Аналогічно отримується результат для другої функції

$$v = B \cdot cos\left(\sqrt{(c \cdot a + e) \cdot t}\right),$$

де *B* є сталою величиною, яка також виражається через коефіцієнти ММ (1).

Алгебраїчні перетворення (піднесення до квадрату цих виразів для змінних *u* та *v,* їхнє додавання) призводять до канонічного рівняння еліпсу:

$$\frac{u^2}{A^2} + \frac{v^2}{B^2} = 1.$$

Графічно ці еліптичні траєкторії будуть розтягнені або сплющені вздовж осі абсцис.

Отже, в околі рівноважної точки $E(\frac{c \cdot a}{f \cdot a - b \cdot e}; a/b)$ мають місце коливні рухи з періодом

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{c \cdot a + e}}.$$

Розв'язки $x_1(t)$та$x_2(t)$динамічної математичної моделі (1), тобто інтегральні криві, з плином часу відображають сезонний характер взаємодії рослинництва й тваринництва аграрного сектору.

Економічна сутність заміни змінних x_1 та x_2 на u та v відповідно означає вивчення поведінки динамічної моделі (1) в околі точки левериджу E — аналіз трендових залежностей і статистичних складових:

$$x_1 = u + \frac{c \cdot a}{f \cdot a - b \cdot e};\ x_2 = v + a \cdot b,$$

✓ змінна uвідображає тренд динамічного збільшення прибутку агробізнесу від рослинництва, а доданок $\frac{a \cdot c}{f \cdot a - b \cdot e}$ є статистичною складовою,

✓ змінна vхарактеризує тренд динамічного зростання прибутку агробізнесу від рослинництва, а доданок (a/b) є статистичною складовою.

2. Аналітичне моделювання залежності факторів

Діленням другого рівняння ММ (1) на перше отримаємо вираз:

$$\frac{\dot{x_2}}{\dot{x_1}} = \frac{c \cdot x_2 + e \cdot x_1 - f \cdot x_1 \cdot x_2}{-a \cdot x_1 + b \cdot x_1 \cdot x_2}.$$

Відокремленням змінних і зведенням до відповідних диференціалів цей вираз набуває такого виду:

$$-a \cdot \frac{dx_2}{x_2} + b \cdot dx_2 = c \cdot \frac{dx_1}{x_1} - f \cdot dx_1 + e \cdot \frac{dx_1}{x_2}.$$

Загальний інтеграл даного виразу записується таким чином:

$$-a \cdot ln\, x_2 + b \cdot\ x_2 = c \cdot ln\, x_1 - f \cdot x_1 + e \cdot \int \frac{dx_1}{x_2} + ln\, K,$$

де величина $ln\, K$ є сталою інтегрування.

Потенціюванням загального інтегралу отримуємо такий вираз:

$$x_2{}^{-a} \cdot \exp(b \cdot\ x_2) = \ x_1{}^{c} \cdot \exp(-f \cdot\ x_1) \cdot K \cdot \exp\left(e \cdot \int \frac{dx_1}{x_2}\right).$$

У випадку $e = 0$ має місце загальний інтеграл класичної моделі Вольтерри-Лотки, для якої вказано графічний спосіб інтерпретації розв'язку в неявній формі [6]. Для цього останній вираз перепишемо таким чином:

$$x_1{}^{-c} \cdot \exp(f \cdot\ x_1) = x_2{}^{a} \cdot \exp(-b \cdot\ x_2) \cdot K \cdot \exp(e \cdot \int \frac{dx_1}{x_2}),$$

де стала інтегрування K визначається таким чином через початкові умови x_{10} та x_{20} для ММ(1):

$$K = \frac{\exp(f \cdot\ x_{10}) \cdot \exp(b \cdot\ x_{20})}{x_{20}{}^{a} \cdot\ x_{10}{}^{c}}.$$

Оскільки числове значення x_2 є часткою змінної x_1, тобто $x_2 = q \cdot x_1$, $q < 1$, то співмножникекс$\left(e \cdot \int \frac{dx_1}{x_2}\right)$ після елементарних перетворень набуває остаточного виду:

$$\exp\left(e \cdot \int \frac{dx_1}{x_2}\right) = \exp\left(e \cdot \int \frac{dx_1}{qx_1}\right) = \exp\left(\frac{e}{q} \cdot \int \frac{dx_1}{x_1}\right) = \exp\left(\frac{e}{q} \cdot \ln x_1\right) =$$
$$= \exp\left(\ln {x_1}^{\frac{e}{q}}\right) = {x_1}^{\frac{e}{q}}.$$

Тоді загальний інтеграл ММ (1) запишеться в такому виді:

$${x_1}^{-(c+\frac{e}{q})} \cdot \exp(f \cdot x_1) = {x_2}^{a} \cdot \exp(-b \cdot x_2) \cdot K,$$

Це робить доцільним [3] введення нових позначень, а саме:

$$Y = {x_1}^{-(c+\frac{e}{q})} \cdot \exp(f \cdot x_1), X = {x_2}^{a} \cdot \exp(-b \cdot x_2),$$

і тоді має місце лінійна залежність $Y = K \cdot X$.

Надалі розглядається специфічна система координат — перші квадранти чотирьох систем координат, а саме: XOY, x_1OY, x_2OXі $x_1O\,x_2$зі спільнимпочатком — т. O (дивись рис. 1).

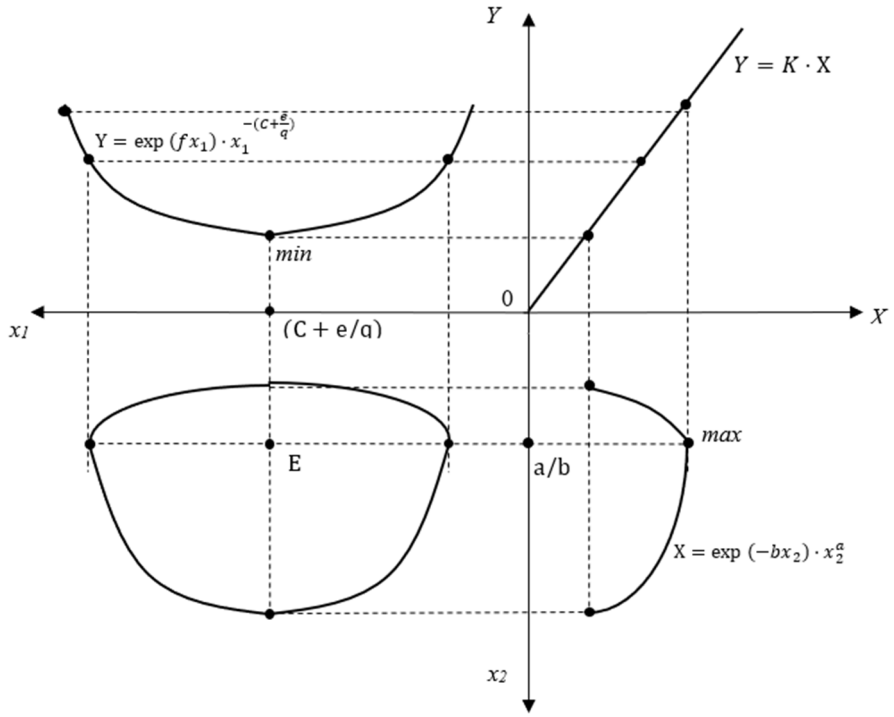

Рис. 1. Фазові портрети — графічна інтерпретація загального інтегралу динамічної моделі (1)

У першому квадранті системи координат $x_1 O\, x_2$ (3-му квадранті цієї узагальненої системи координат) побудовано замкнуту криву, що відповідає неявно заданій функції — загальному інтегралу ММ(1) — і показано розташування рівноважної точки $E(c + \frac{e}{q}; a \cdot b)$.

Екстремальні точки (*min* для функції *Y* і *max* для *X*) для кривих у відповідних квадрантах систем координат $x_1 OY,\ x_2 OX$ знаходяться як для випадку функції однієї змінної.

Зауваження 2. Для широкомасштабного обчислювального експерименту доцільно, використавши заміну змінних:

$$x_1 = \frac{a}{f} \cdot u, x_2 = \frac{a}{b} \cdot v, t = \frac{\tau}{a},$$

записати ММ (1) у безрозмірному вигляді

$$\begin{cases} \dot{u} = -u + u \cdot v, \\ \dot{v} = \frac{c}{a} \cdot v + \frac{b \cdot e}{a \cdot f} \cdot u - u \cdot v. \end{cases} \quad (1a)$$

Виконавши аналогічне попередньому інтегрування системи диференціальних рівнянь, записуємо розв'язок динамічної моделі (1а) в неявному вигляді:

$$\frac{\exp v}{v} = \frac{u^{\gamma_1}}{\exp u} \cdot K \cdot \exp(\gamma_2 \cdot \int \frac{du}{v}),$$

де величини $\gamma_1 = \frac{c}{a}, \gamma_2 = \frac{b \cdot e}{a \cdot f}$.

Цей запис загального інтегралу ММ (1) буде корисним для подальшого дослідження економічного ризику взаємозалежності рослинництва та тваринництва.

3. Аналіз ризикостійкості процесу взаємодії складових аграрного виробництва

З огляду на реалії функціонування об'єкту господарювання для комп'ютерного моделювання його поведінки слід апостеріорно оцінювати міру економічного ризику еволюції подій із плином часу. В нашому випадку така можливість існує.

Останній вираз зауваження 2 набуває такого вигляду:

$$\frac{\exp v}{v} = \frac{u^{\gamma_1}}{\exp u} \cdot K \cdot u^{\frac{\gamma_2}{q}},$$

оскільки $v = q \cdot u, q < 1$ за змістом досліджуваної проблеми. Після перетворень маємо:

$$u^{-\left(\gamma_1 + \frac{\gamma_2}{q}\right)} \cdot \exp u = v \cdot \exp(-v) \cdot K.$$

Для оцінювання міри економічного ризику перейдемо до нерівності на підставі лінійної апроксимації $\exp v \sim (1 + v)$:

$$u^{-\left(\gamma_1 + \frac{\gamma_2}{q}\right)} \cdot \exp u < \frac{v}{1 + v}.$$

Після певних перетворень маємо: $v > \frac{\exp u}{K \cdot u^{\left(\gamma_1 + \frac{\gamma_2}{q}\right)} - \exp u}$.

Числова міра економічного ризику Rстандартно обчислюється за формулою [7]:

$$R = \frac{v_{max} - v_{min}}{(v_{max} + v_{min})/2},$$

що відповідає апроксимації відношенню середньо квадратичного відхилення до математичного сподівання.

Звісно, v_{min} детермінується початковим значенням u_0, тобто

$$v_{min} = \frac{\exp u_0}{K \cdot u_0^{\left(\gamma_1 + \frac{\gamma_2}{q}\right)} - \exp u_0},$$

при цьому значення сталої інтегрування K є обмеженим знизу: $K > \frac{\exp u_0}{u_0^{\left(\gamma_1 + \frac{\gamma_2}{q}\right)}}$.

Величина v_{max} зростає з плином часу, тобто

$$v_{max} = \frac{\exp u}{K \cdot u^{\left(\gamma_1 + \frac{\gamma_2}{q}\right)} - \exp u}.$$

Тоді верхню оцінку ризику $R(v)$ після певних перетворень можна записати таким чином:

$$R(v) < \frac{2}{1 + \exp(u_0 - u) \cdot \left(\frac{u}{u_0}\right)^{\left(\gamma_1 + \frac{\gamma_2}{q}\right)}}.$$

Зауваження 3. Формули для наближених оцінок міри ризику можна подати так:

$$R < \frac{2}{1 + \frac{v_{min}}{v_{max}}},$$

або

$$R \approx 2 \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot v_{min}}{v_{max}}\right).$$

Слід відмітити супутній характер обчислень оцінки міри ризику змінної vнелінійної динамічної моделі. Аналогічно отримується подібний результат для оцінки міри ризику змінної u. Тобто в процесі дослідження нелінійної динамічної моделі об'єкту господарювання *вперше здійснено наближене оцінювання величини економічного ризику*.

Висновки і перспективи подальших наукових досліджень у даному напрямі. У статті за допомогою комп'ютерного моделювання детально розглянуто взаємодію та взаємовплив ключових підсистем аграрного виробництва — тваринництва та рослинництва. Проведений аналіз дозволяє вдосконалити сучасні методи математичного дослідження економічних об'єктів у рамках цифрової економіки. Окрім цього, робота може слугувати практичним інструментом для господарюючих суб'єктів аграрного сектора, забезпечуючи кращу оцінку ризиків та ефективніше планування ресурсів.

Основні висновки статті включають такі пункти:

1. Знаходження точки левериджу: Розроблена нелінійна динамічна модель (1) дозволяє визначити точку левериджу та координати рівноважних точок. Це

дає можливість відслідковувати стани, в яких система досягає стабільності, що є ключовим для довгострокового планування виробництва.

2. Лінійний аналіз трендів: Виконано лінійний аналіз трендів економічного розвитку в околі рівноважних точок. Цей аналіз виявив певні динамічні закономірності у змінних моделі, що забезпечує розуміння тенденцій розвитку системи в різних економічних умовах.

3. Аналітичне моделювання: Для нелінійної моделі, заснованої на рівняннях типу Вольтерри-Лотки, проведено аналіз динамічних траєкторій на фазовій площині. Оцінка поведінки системи дозволила виявити її основні характеристики, такі як коливний рух і періодичність, які можуть бути використані для прогнозування можливих коливань і визначення стійкості системи.

4. Перехід до безрозмірної моделі: Описано перехід до безрозмірної моделі (1a) та здійснено економічну інтерпретацію її розв'язку у неявному вигляді. Це важливий крок, що дає змогу більш точно відобразити динаміку системи без врахування зайвих параметрів, спрощуючи її аналіз та впровадження у практику.

5. Оцінка економічного ризику: Проведено апостеріорний аналіз для наближеної числової оцінки ризиків, пов'язаних із взаємовпливом компонентів аграрного виробництва. Така оцінка є вкрай важливою для прийняття ефективних управлінських рішень і стратегічного планування в аграрному секторі.

Загалом, дослідження розвиває математичний інструментарій для аналізу складних економічних систем в умовах цифрової економіки. Запропонована методологія дозволяє поглибити розуміння механізмів взаємодії ключових підсистем аграрного виробництва, допомагаючи оптимізувати їхній взаємовплив і зменшити економічні ризики. Отримані результати можуть бути використані як науковцями, так і практиками у сфері аграрного господарства для підвищення ефективності виробництва та стабільності розвитку аграрного сектору.

Література

1. Prikhodko, D., Sikachyna, O., Pedersen, E., Sylvester, G., & Rybchynshyi, R. (2022). Digital Technologies in the Grain Sector of Ukraine. FAO Investment Centre Country Highlights, No. 18. Rome, FAO. https://doi.org/10.4060/cc1600en

2. Kostetskyi, B., Volodin, V., & Kryvoviaziuk, I. (2022). Tendencies of Precision Agriculture in Ukraine: Disruptive Smart Farming Tools as Cooperation Drivers. Agriculture Journal, MDPI.

3. Kuchmii, T., Kuchmii, O., & Popova, O. (2021). Assessment of Digitalization Challenges in the Agricultural Sector of Ukraine. https://ouci.dntb.gov.ua/works/4VZGXnm4/

4. Бабич, Т. Ю. (2018). Математичне моделювання економічної ефективності зернопродуктів в Україні. Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата економічних наук. Київ: КНЕУ.

5. Вітлінський, В. В., Коляда, Ю. В., & Кравченко, Т. В. (2017). Моделі економічної динаміки: навчальний посібник. Київ: КНЕУ.

6. Volterra, V. (1931). Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie. Paris: Gauthier-Villars.

7. Коляда, Ю. В., Кмитюк, Т. Л., & Шатарська, І. Ф. (2020). Система методів та моделей оцінювання нелінійної динаміки числової міри економічного ризику. Ефективна економіка, (7). http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=8052

References

1. Prikhodko, D., Sikachyna, O., Pedersen, E., Sylvester, G., & Rybchynshyi, R. (2022). Digital Technologies in the Grain Sector of Ukraine. FAO Investment Centre Country Highlights, No. 18. Rome, FAO. https://doi.org/10.4060/cc1600en

2. Kostetskyi, B., Volodin, V., & Kryvoviaziuk, I. (2022). Tendencies of Precision Agriculture in Ukraine: Disruptive Smart Farming Tools as Cooperation Drivers. MDPI, Agriculture Journal.

3. Kuchmii, T., Kuchmii, O., & Popova, O. (2021). Assessment of Digitalization Challenges in the Agricultural Sector of Ukraine. https://ouci.dntb.gov.ua/works/4VZGXnm4/

4. Babych, T. Yu. (2018). Mathematical Modeling of the Economic Efficiency of Grain Production in Ukraine. Abstract of the PhD thesis. Kyiv: KNEU.

5. Vitlinskyi, V. V., Kolyada, Yu. V., & Kravchenko, T. V. (2017). Models of Economic Dynamics: A Textbook. Kyiv: KNEU.

6. Volterra, V. (1931). Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie. Paris: Gauthier-Villars.

7. Kolyada, Yu. V., Kmytiuk, T. L., & Shatarska, I. F. (2020). System of Methods and Models for Estimating the Nonlinear Dynamics of the Numerical Measure of Economic Risk. Effective Economy, (7). http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=8052